



ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

# Ποσοτικές Μέθοδοι

ΤΟΜΟΣ Α

Ν. ΜΠΛΕΣΙΟΣ

Επιχειρησιακά  
Μαθηματικά

# **ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ**

**Επιχειρησιακά Μαθηματικά**

Copyright © 2002

Για την Ελλάδα και όλο τον κόσμο

**ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ**

Οδός Παπαφλέσσα & Υψηλάντη, 26222 Πάτρα

Τηλ.: (0610) 314094, 314206, Φαξ: (0610) 317244

## **ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΤΟΥ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ**

του τόμου

### **Επιχειρησιακά Μαθηματικά**

**Ακαδημαϊκός Υπεύθυνος της Θεματικής Ενότητας**

Γεώργιος Μποχώρης

**Επιμέλεια Έκδοσης**

Ευτυχία Μαρκουλάκη

**Συγγραφή**

Νικόλαος Μπλέσιος

**Κριτική Ανάγνωση**

Δημήτριος Μαγκούτης

**Επιμέλεια στη Μέθοδο της Εκπαίδευσης από Απόσταση**

Φραγκίσκος Μπατζιάς

**Γλωσσική επιμέλεια**

Νόρα Πετρίτη

**Τεχνική επιμέλεια**

Typorama

**Καλλιτεχνική επιμέλεια – Ηλεκτρονική σελιδοποίηση**

Typorama

Συντονισμός ανάπτυξης εκπαιδευτικού υλικού και γενική επιμέλεια των εκδόσεων

**ΟΜΑΔΑ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΕΡΓΟΥ ΕΑΠ/1997-2002**

**ISBN: 960-538-386-1**

*Σύμφωνα με το Ν. 2121/1993*

*απαγορεύεται η συνολική ή αποσπασματική αναδημοσίευση του βιβλίου αυτού ή η αναπαραγωγή του με οποιοδήποτε μέσο, χωρίς την άδεια του εκδότη.*



ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

**Διοίκηση Επιχειρήσεων και Οργανισμών**

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

**Ποσοτικές Μέθοδοι**

ΤΟΜΟΣ Α

**Επιχειρησιακά Μαθηματικά**

ΠΑΤΡΑ 2002

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>Εισαγωγή στη Θεματική Ενότητα</b>	<b>9</b>
<i>Γ. Μποχώρης</i>	
<b>Πρόλογος</b>	<b>11</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1</b>	
<b>Συναρτήσεις μιας μεταβλητής</b>	<b>13</b>
Σκοπός .....	13
Προσδοκώμενα Αποτελέσματα .....	13
Έννοιες-Κλειδιά .....	13
Εισαγωγικές Παρατηρήσεις.....	14
<b>Ενότητα 1.1</b>	
<b>Συναρτήσεις μιας πραγματικής μεταβλητής</b> .....	<b>15</b>
1.1.1 Εισαγωγή.....	15
1.1.2 Συναρτήσεις μιας πραγματικής μεταβλητής .....	16
1.1.3 Πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών .....	21
<b>Ενότητα 1.2</b>	
<b>Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων μιας μεταβλητής</b> .....	<b>25</b>
1.2.1 Γραφικές παραστάσεις .....	25
1.2.2 Απόσταση δύο σημείων του επιπέδου .....	30
1.2.3 Κύκλος .....	31
<b>Ενότητα 1.3</b>	
<b>Γραμμικές συναρτήσεις μιας μεταβλητής</b> .....	<b>37</b>
1.3.1 Γραμμικές συναρτήσεις .....	37
1.3.2 Εξίσωση της ευθείας .....	39
1.3.3 Γραμμικά υποδείγματα .....	41
1.3.4 Πολυωνυμικές συναρτήσεις.....	50

1.3.5 Δευτεροβάθμιες συναρτήσεις .....	51
<b>Σύνοψη</b> .....	56
Παράρτημα .....	57
Βιβλιογραφία .....	64

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### **Παραγωγή συναρτήσεων μιας μεταβλητής 65**

Σκοπός .....	65
Προσδοκώμενα Αποτελέσματα .....	65
Έννοιες-Κλειδιά .....	65
Εισαγωγικές Παρατηρήσεις.....	66

#### Ενότητα 2.1

<b>Κλίσεις καμπυλών</b> .....	67
2.1.1 Οι κλίσεις των καμπυλών .....	67
2.1.2 Η κλίση της εφαπτομένης και η παράγωγος .....	69
2.1.3 Η παράγωγος ως ρυθμός μεταβολής.....	74

#### Ενότητα 2.2

<b>Όρια συνάρτησης</b> .....	78
2.2.1 Όριο συνάρτησης – Προκαταρκτικά .....	78
2.2.2 Ορισμός της έννοιας του ορίου .....	79
2.2.3 Κανόνες παραγωγίσης .....	82

#### Ενότητα 2.3

<b>Παραγωγή ειδικών συναρτήσεων</b> .....	92
2.3.1 Σύνθετες συναρτήσεις και παραγωγή .....	92
2.3.2 Πεπλεγμένες συναρτήσεις και παραγωγή .....	96
2.3.3 Αντίστροφες συναρτήσεις και παραγωγή.....	99
2.3.4 Ελαστικότητα .....	103
<b>Σύνοψη</b> .....	106
Παράρτημα .....	107
Βιβλιογραφία .....	109

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

---

### **Όρια και συνέχεια συναρτήσεων 111**

---

Σκοπός .....	111
Προσδοκώμενα Αποτελέσματα .....	111
Έννοιες-Κλειδιά .....	111
Εισαγωγικές Παρατηρήσεις.....	112

#### Ενότητα 3.1

<b>Όρια συναρτήσεων.....</b>	<b>113</b>
3.1.1 Ορισμός του ορίου συνάρτησης.....	113
3.1.2 Συνεχείς και ασυνεχείς συναρτήσεις .....	116

#### Ενότητα 3.2

<b>Συνεχείς και παραγωγίσιμες συναρτήσεις .....</b>	<b>120</b>
3.2.1 Συνέχεια και παραγωγισιμότητα συναρτήσεων .....	120
3.2.2 Προτάσεις και θεωρήματα συνεχών και παραγωγίσιμων συναρτήσεων .....	121
<b>Σύνοψη .....</b>	<b>131</b>
Παράρτημα .....	132
Βιβλιογραφία.....	133

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

---

### **Βελτιστοποίηση πραγματικών συναρτήσεων μιας μεταβλητής 135**

---

Σκοπός .....	135
Προσδοκώμενα Αποτελέσματα .....	135
Έννοιες-Κλειδιά .....	135
Εισαγωγικές Παρατηρήσεις.....	135

#### Ενότητα 4.1

<b>Κριτήρια βελτιστοποίησης .....</b>	<b>137</b>
4.1.1 Εισαγωγή.....	137
4.1.2 Βασικοί ορισμοί .....	137
4.1.3 Κριτήρια πρώτης και δεύτερης παραγώγου για ακρότατα σημεία .....	139
4.1.4 Κυρτές και κοίλες συναρτήσεις – σημεία καμπής .....	142

#### Ενότητα 4.2

<b>Παραδείγματα και εφαρμογές.....</b>	<b>146</b>
--	------------

Σύνοψη .....	148
Παράρτημα .....	149
Βιβλιογραφία.....	154

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### **Ολοκλήρωση συναρτήσεων μιας μεταβλητής 155**

Σκοπός .....	155
Προσδοκώμενα Αποτελέσματα .....	155
Έννοιες-Κλειδιά .....	155
Εισαγωγικές Παρατηρήσεις.....	155

#### Ενότητα 5.1

<b>Ολοκλήρωση συναρτήσεων .....</b>	<b>156</b>
5.1.1 Εισαγωγή.....	156
5.1.2 Αόριστο ολοκλήρωμα.....	156
5.1.3 Ορισμένο ολοκλήρωμα .....	161
5.1.4 Θεμελιώδες θεώρημα του ολοκληρωτικού λογισμού .....	166

#### Ενότητα 5.2

<b>Μέθοδοι ολοκλήρωσης.....</b>	<b>170</b>
5.2.1 Παραγοντική ολοκλήρωση .....	170
5.2.2 Ολοκλήρωση με αντικατάσταση .....	172
5.2.3 Ολοκλήρωση ρητών συναρτήσεων .....	174
5.2.4 Γενικευμένα ολοκληρώματα .....	177

Σύνοψη .....	179
Παράρτημα .....	180
Βιβλιογραφία.....	183
<b>Γενική Βιβλιογραφία .....</b>	<b>183</b>
<b>Οδηγός για Περαιτέρω Μελέτη του Τόμου.....</b>	<b>184</b>